

Épistémographie et Espaces de Travail Mathématique : va-t-on vers une synthèse ou une complémentarité ?

Jean-Philippe Drouhard

Université de Buenos Aires

jpdrouhard@ccpems.exactas.uba.ar

Plan de l'exposé

Brève présentation de l'Épistémographie (« É »)

Schéma des ETM

Points communs et différences

Possibles apports $ETM \leftrightarrow \acute{E}$

Vers l'Analyse Épistémographique (« Æ »)

Conclusion et apports pour la didactique des mathématiques et des sciences

1.1. Origines de l'Épistémographie

- 1.1.1. Qu'y a-t-il de spécifique aux mathématiques dans le Débat Scientifique ?
Ou dans le Dispositif CESAME ?
(cf. le thème « Collectif »)
 - nécessité, apodicticité
 - Wittgenstein
- **Règles du Jeu** mathématique (caractéristiques des paradigmes et sous-paradigmes) :
 - Tiers exclu
 - Règle graduée (Géom. I) ou non graduée (Géom. II)
 - ...

1.1. Origines de l'Épistémographie

- 1.1.2. Statut des savoirs propres à l'algèbre élémentaire
- Peut-on imaginer une situation fondamentale associée au fait de savoir que les expressions dénotent et que cette dénotation est invariante par transformation licite ?
- Peut-on amener les élèves à **construire des savoirs (au moins en partie) culturels** ?
 - Langage, syntaxe et sémantique
 - Savoirs Sémiolinguistiques

1.1. Origines de l'Épistémographie

- 1.1.3. Travail au sein du groupe CESAME (triple approche, connaissances locales) :
 - nature des objets mathématiques ?
 - Objets particuliers/généraux
 - Nécessité épistémique.
 - L. Wittgenstein, M. Caveing, A. Sfard, P. Ernest, R. Hersch, ..., I. Bloch
 - Refus du réductionnisme
 - formalisme/nominalisme (« texte du savoir »)
 - Pratiques/gestes
- Savoirs notionnels (relations entre objets)

1.1. Origines de l'Épistémographie

- 1.1.4. L'épistémographie *vintage* : le modèle des Ordres des Connaissances
 - Connaissances d'Ordre I : notionnelles
 - Connaissances d'Ordre II : sémiolinguistiques et Règles du Jeu
 - Connaissances d'Ordre III : identification (effet *Rain Man*)

1.1. Origines de l'Épistémographie

- 1.1.5. Transposition Didactique (puis plus tard, TAD) : importance de la « praxis ».
- Savoirs Instrumentaux (« posologie » et « mode d'emploi » des instruments)

1.1. Origines de l'Épistémographie

- 1.1.6. La modélisation (extra- et intra-mathématique) fait-elle partie des mathématiques ? Où situer le discours ? le contrat didactique ?

→ Analyse en Couches de l'activité mathématique

1.2. But de l'Épistémographie

- Décrire *ce qu'il faut savoir* pour faire des mathématiques (resp. la partie scientifique des différentes disciplines)

1.3. Cinq couches d'**analyse** de l'activité

Objets et Opérations	O&O
Discours et Raisonnement	D&R
Modélisation et Mathématisation	M&M
Contrat Didactique	CD
Contrat Pédagogique	CP

- Dans ce qui suit nous allons nous centrer sur la description des savoirs mobilisés essentiellement dans la couche la plus profonde, celle des Objets et des Opérations (« O&O »), celle qui correspond aux *transformations sémiotiques* (Duval).
- C'est la couche où l'on décrit ce qu'il faut savoir pour faire du « calcul littéral » par exemple.
- On parlera indifféremment de « savoirs » ou de « connaissances »

<considérations_optionnelles>

La nature des savoirs

- Partagés au sein d'une communauté (Hersch)
 - Fait culturel, communauté de pratiques et de langue
 - virus
- Régis par des règles du jeu (Wittgenstein)
 - Ex : géométrie à la règle non graduée et au compas
 - Tiers exclus...
- Transmis de génération en génération (Dawkins)
 - Espèce : gènes
 - Culture : mèmes (Dawkins)
- Pour les maths : détermination de Thurston

</considérations_optionnelles>

1.4. dimensions des savoirs

- 3 dimensions principales
 - Sémio-linguistique
 - Notionelle
 - Instrumentale
- Pourquoi des *dimensions* ?
 - Indissociabilité, irréductibilité et complémentarité

1.4.1. Savoirs sémio-linguistiques

- Savoirs relatifs aux Systèmes de Représentation Sémiotiques des objets mathématiques
 - Langages (naturel, symbolique...)
 - Systèmes sémiotiques non langagiers (graphiques...)

1.4.1.1. Savoirs linguistiques

- Les différentes tailles de l'objet
 - Mot, phrase, discours, texte, conversation...
- Les différents niveaux d'analyse
 - Mot et phrase : morphologique, syntaxique, sémantique, pragmatique...
 - Grammaire de texte
 - Analyse de discours
 - Analyse conversationnelle, unités...
 - Argumentation

1.4.1.2. Savoirs sémiotiques

- Registres de représentation sémiotique (Duval)
 - Trois critères pour avoir un Registre
 - Transformations et Conversion
 - Contenu de représentation...
- Sémiotique (Peirce)
 - Nature (triadique) du signe (objet, representamen, interprétant)
 - Typologie des signes (icône, indice, symbole...)
 - Chaîne in(dé)finie de la semiosis

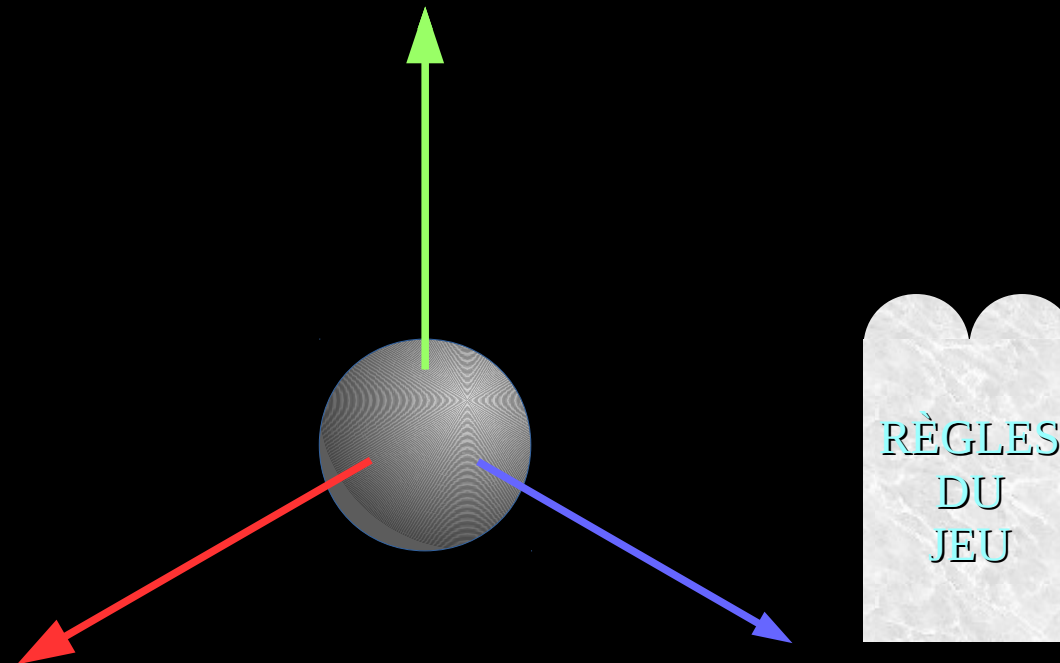
1.4.2. Savoirs Instrumentaux

- Les savoirs instrumentaux sont ceux qui sont liés à une intention d'opérer dans une modalité de l'ordre du possible, impossible, difficile, facile, utile etc.
- Exemple : pour faire la somme de deux fractions on a intérêt à les simplifier d'abord.

1.4.3. Savoirs Notionnels

- Les savoirs notionnels portent sur les relations, exprimables en termes strictement mathématiques, entre objets également exprimables en termes strictement mathématiques.
- Les savoirs notionnels s'expriment sans aucune mention d'intention quelle qu'elle soit.
- Exemple : 17 est un nombre premier.

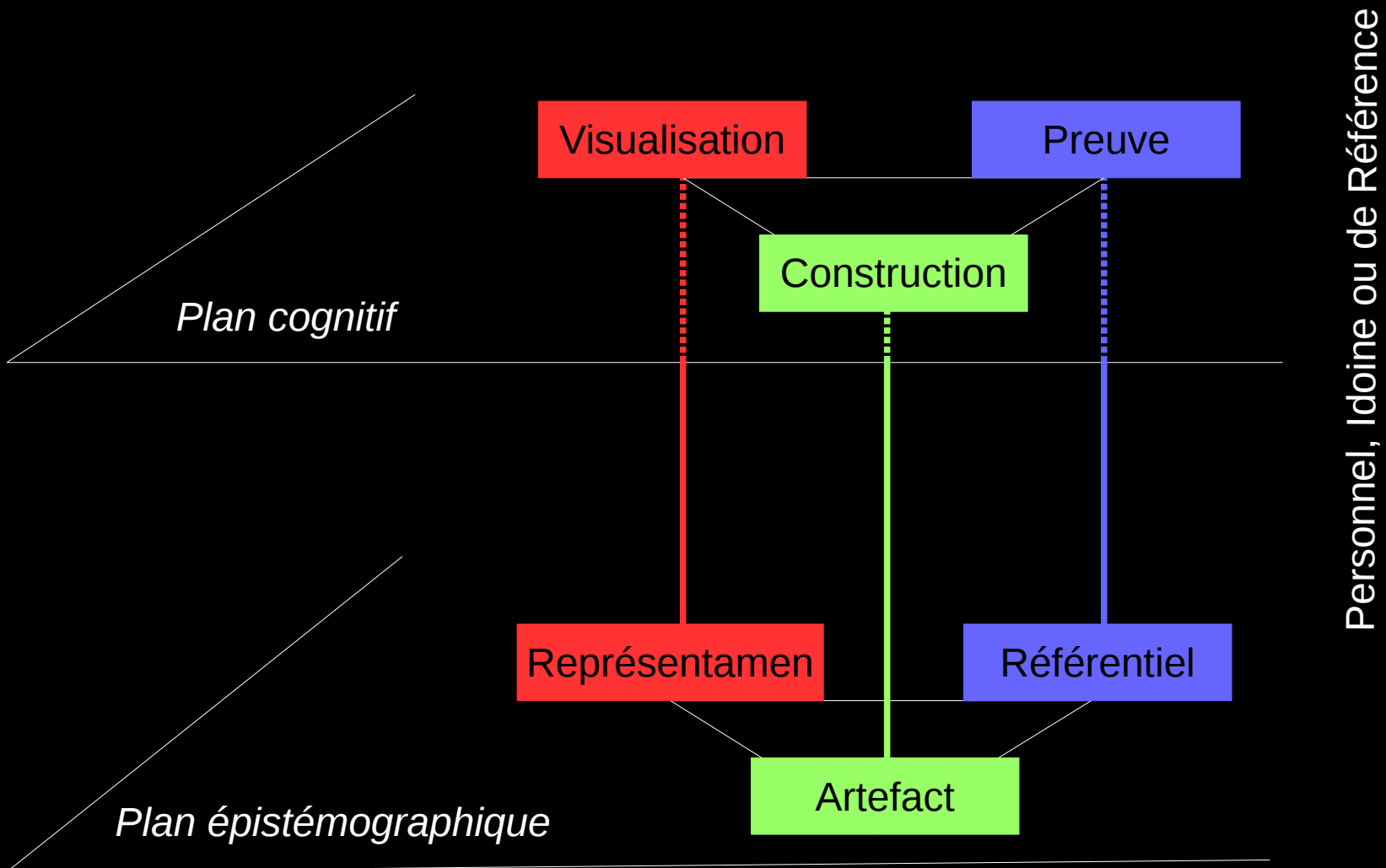
1.5. Représentation schématique de l'Épistémographie



Les Objets

- Sont représentés d'une certaine façon
- Servent à faire quelque chose
- Sont reliés aux autres objets
- En respectant les règles du jeu

2. Représentation schématique des ETM



3.1. Analogies

Références : Brousseau, Duval, Peirce...

ETM

- Paradigmes
- Triplet :
 - Representamen-
Visualisation
 - Artefacts-Construction
 - Référentiel-
Preuve

É

- (Sous-)paradigmes
- Triplet :
 - Sémiolinguistique
 - Instrumental
 - Notionnel

3.2. différences (non triviales)

ETM

- Origine : géométrie
- Travail
- Mathématique

É

- Origine : algèbre
- Savoirs
- Scientifiques

4. Points forts des ETM par rapport à l'É

- Le concept de Travail en relation aux Théories de l'Activité (plus précis que « faire des mathématiques »)
- La distinction entre les plans épistémique et cognitif, qui permet un usage plus direct en didactique
- La distinction *de Référence/Idoine/Personnel*

5. Travail collaboratif É-ETM en cours :

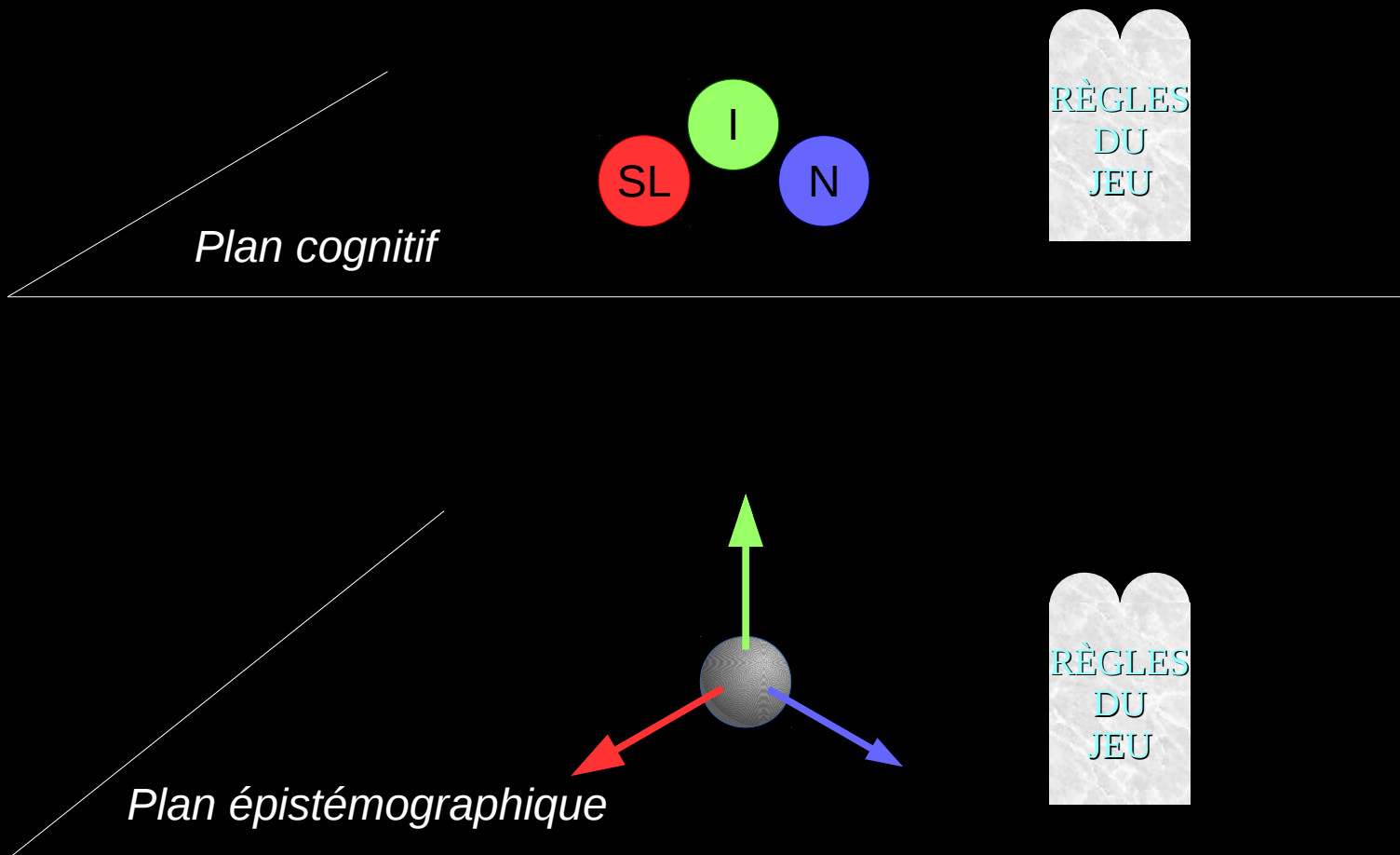
- les Instruments Sémiotiques

5. possibles apports de l'É aux ETM

- Les catégories des ETG (par ex. *visualisation*, *construction*, *preuve*) sont naturelles et pertinentes pour la géométrie ; mais pour passer des ETG aux ETM, il serait intéressant de redéfinir et sans doute de renommer les catégories en question pour qu'elles soient plus générales, en particulier lorsque du calcul symbolique est en jeu.
- Les « entrées » pensées comme des dimensions plutôt que des catégories faisant partition.
- L'analyse en couches du Travail Mathématique
- *Les Règles du Jeu*

6. Analyse Épistémographique (« Æ »)

- La prise en compte de certains aspects des ETM permet de résoudre certaines difficultés ou lacunes de l'É. → l'Æ.



Personnel, Idoine ou de Référence

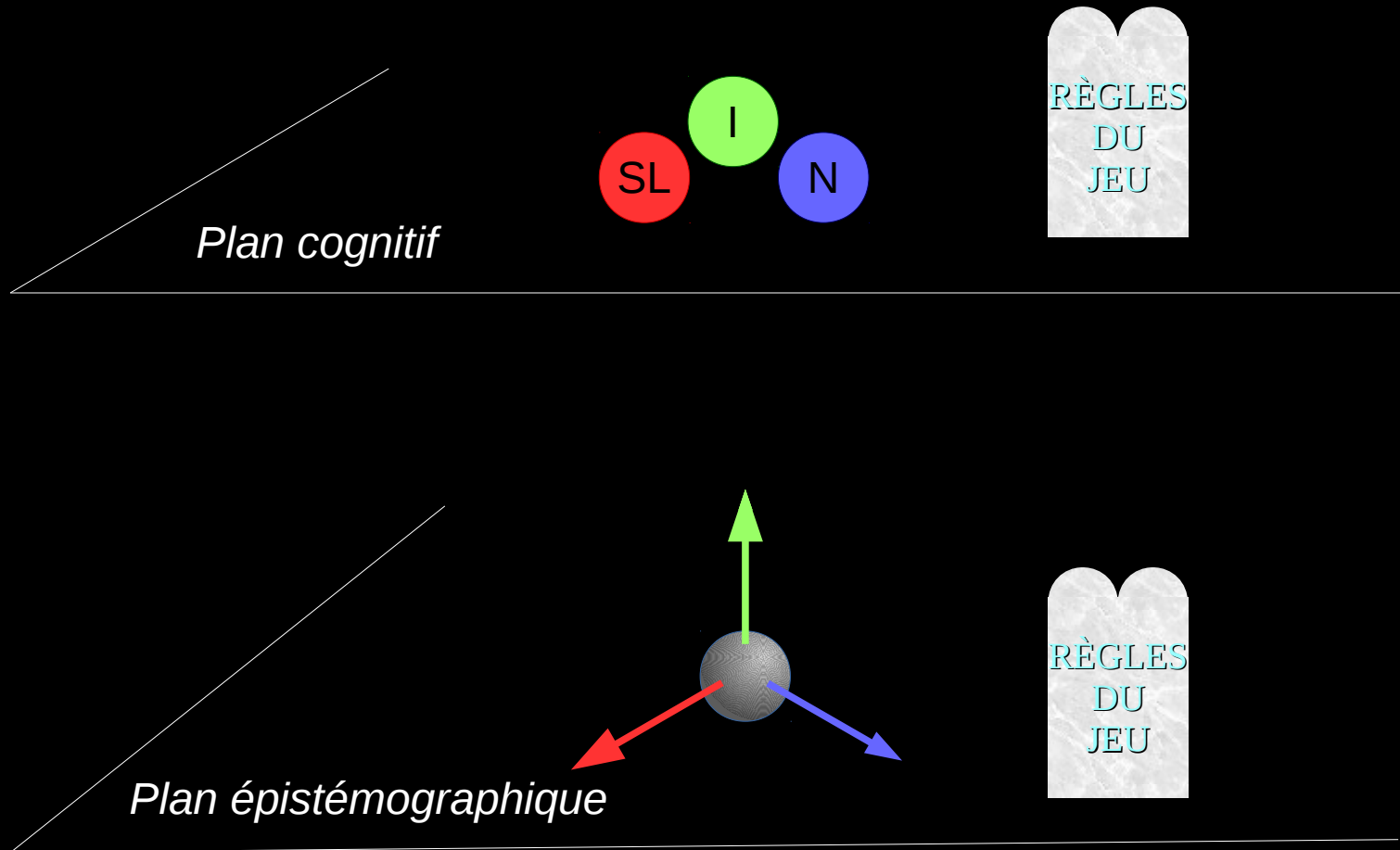
7. Conclusion

- ETM et $\mathcal{A}E$ doivent rester distincts et complémentaires
 - parce qu'une hybridation engendrerait une usine à gaz inutilisable.
 - Parce qu'il faut se défier de la tentation de faire la Théorie du Grand Tout.
 - Parce que selon ce qui est visé on a plutôt besoin d'analyser le travail, ou les savoirs, ou les deux (ou ni l'un ni les autres, mais bon, dans ce cas là, tant pis !)

8. Perspective

- Vers un cadre théorique léger pour les recherches sur les mathématiques pour les élèves à besoins particuliers (*en français* : « *élèves en situation de handicap* », *en suisse (et en ancien français)* : « *éducation spécialisée* », *en québécois* : « *orthodidactique* ») à base d'ETM et d'Æ.
- Métaphore des espaces de travail aménagés
- Adapter **les outils** et **les systèmes de représentation sémiotique** au lieu de négocier à la baisse **les savoirs notionnels** visés.

Merci !



Personnel, Idoine ou de Référence