

Analyse des échanges sur un forum de mathématiques à propos d'une question portant sur des mathématiques du supérieur dialectiques média-milieu, individuel-collectif et particulier-général (particulière à l'algèbre abstraite)

Le forum Mathématiques.net et le fil de discussion choisi

Le forum dont est extrait le média-milieu est accessible à l'adresse <http://www.les-mathematiques.net>. Il a été créé en janvier 2001 et est régi par une charte, rédigée par les principaux contributeurs du forum lors de l'élaboration de cette charte, dont le fondateur du forum. En voici un extrait :

Objet du forum :

Ce Forum est un espace convivial d'échanges sur les mathématiques et les sujets s'y rapportant, sans discrimination de niveau. Les thèmes abordés sont :

- la demande de précisions sur le vocabulaire et les concepts mathématiques ;*
- la proposition de problèmes ;*
- la demande d'éclaircissements sur des problèmes mathématiques ;*
- l'envoi de résultats, de textes ou de démonstrations classiques ou insolites ;*
- l'échange d'informations sur l'actualité mathématique, sur les séminaires à venir, sur les références bibliographiques, sur les logiciels de mathématique formelle, sur l'épistémologie, sur les différents cursus et les centres universitaires ;*
- le dialogue sur les fondements d'une théorie ;*
- etc.*

Le forum est structuré selon les grands domaines mathématiques : algèbre, analyse, arithmétique, combinatoire et graphes, etc. et inclut également des entrées comme maths et société, maths et informatique, pédagogie, etc. La modération du forum a lieu sur la forme essentiellement. En ce qui concerne le fond, le contenu mathématique n'est pas modéré, la charte mentionne principalement des règles de bonne conduite (pas de propos diffamatoires, de contenu à caractère commercial, etc.). On notera cependant les deux derniers items des « conseils d'utilisation » (paragraphe 4 de la charte) :

4.11 - ne donnez pas la solution des exercices trop vite, mettez sur la piste, suggérez des indices ;

4.12 - faites preuve de tolérance, de patience, de pédagogie. Evitez la condescendance et le dogmatisme. La critique constructive du contenu d'un message fait partie des échanges autorisés et souhaités sur le Forum, mais l'attaque nominative est mal venue.

Le fil de discussion choisi, intitulé « les nombres décimaux », est visible à l'adresse suivante :

<http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?3,318936,page=1>

Les échanges ont eu lieu probablement pendant un temps assez court, il y a huit ans (tous les messages sont datés d'il y a huit ans, sans davantage de précision). Le contenu n'a pas évolué depuis (pas de nouvelle intervention) mais il a été vu 6897 fois (au 30 mai 2015), ce qui constitue l'un des plus gros scores (avec les suites de Cauchy dans \mathbb{Q} qui totalise 9595 vues).

Le schéma herbartien a priori :

Le système didactique se compose de :

- l'ensemble X des forumeurs qui se caractérise par la présence d'un élément distingué x , l'auteur de la question Q . Nous considérons alors qu'il s'agit d'un ensemble pointé et le notons X^* . Cet ensemble hétérogène inclut des débutants et des étudiants avancés, mais ces derniers n'adoptent pas la posture du professeur, ce sont aussi des apprenants qui revisitent leur savoir par le biais de Q , ils adoptent une posture que l'on pourrait comparer à celle du « grand-frère » qui partage son savoir.
- Par rapport à la structure de PER que propose Chevallard, il n'y a pas de directeur d'étude y . Il n'y a en fait aucun modérateur du débat mathématique.

Relativement à la question Q , le système didactique produit différentes réponses R_i , cependant aucun représentant de l'institution ne valide les réponses, c'est pourquoi, par rapport à la structure classique PER, nous notons ces réponses sans les « poinçons » introduits par Chevallard. Un certain nombre de réponses erronées sont débattues par le collectif X . Afin de produire les réponses R_i et en débattre, X mobilise des œuvres O_j .

Nous notons R^* la réponse choisie par x , qui n'est pas une réponse consensuelle *a priori*.

Finalement, nous pouvons écrire le schéma herbartien développé *a priori* de l'enquête sur la question Q en ces termes :

$$[S(X^*, -, Q) \rightharpoonup M] \hookrightarrow R^*, \text{ avec } M = \{R_1, \dots, R_n, O_{n+1}, \dots, O_m\}$$

Questions :

- Ce schéma a priori modélise-il convenablement l'étude (et notamment la dialectique média-milieu) ?
- Comment incorporer la dialectique individuel-collectif ? Quelles différences par rapport à un PER ou l'enjeu est la production d'une réponse R^\heartsuit ?

Travail d'analyse des échanges :

Le discours, bien que discursif, est porteur d'actions : ce sont les gestes individuels (et collectifs) mis en œuvre par les participants pendant l'enquête (ou encore le topos individuel et collectif). Nous proposons de mettre en évidence ces gestes grâce à des sigles :

- Q_i , $R_j(Q_i)$, $i(Q_i)$: formulation d'une question, d'une réponse à une question, d'une piste (ou indication) dans la recherche d'une réponse à la question
- Nous notons les assertions mathématiques A_i , de sorte que $p(A_i)$, $ip(A_i)$ et $cp(A_i)$ désignent respectivement l'apport d'une preuve, d'une indication de preuve et d'un complément de preuve, relativement à cette assertion
- $r(A_i)$ et $v(A_i)$ dénotent respectivement une réfutation et une validation de l'assertion
- A_i^g : formulation d'une généralisation de l'assertion A_i

Bien entendu, d'autres gestes sont à prévoir (et des sigles correspondant à inventer) s'il s'agit de décrire une dynamique de forums en général (par exemple : expliquer, illustrer, etc.). Dans cette enquête, une grande attention est portée sur les preuves, ce qui est à la fois dû à la question de départ (« comment prouver que ... ») et au fait que l'enquête se situe au niveau de l'enseignement supérieur. On s'attend aussi à des réfutations de preuves ($rp(A_i)$) et des validations de preuves ($vp(A_i)$) dans une « dynamique lakotosienne ». Dans notre cas, cela peut nous conduire à écrire, par exemple, $r(r(A_i))$ pour une réfutation de la réfutation de A_i , qui peut être la réfutation d'une preuve.

Ces outils d'analyse des échanges nous permettent d'obtenir la cartographie suivante, sous forme de tableau :

sigle	Description	acteur	Commentaires
$Q1, A1$ $i(Q1)$ $A2, A1=A2^g$ $Q2$	Comment démontrer que tout sous-anneau de Q est principal ? Proposition d'une piste ($I \cap \mathbb{Z}$). Corollaire : D est principal Comment définit-on le pgcd de deux décimaux ?	Mic	$Q1$ et $A2$ sont à relier à la praxéologie dont le type de tâche est « démontrer qu'un anneau donné est principal », au niveau des structures. $Q2$ est à voir comme faisant partie du bloc théorique de la praxéologie de type de tâche « calculer le pgcd de 2 éléments donnés d'un anneau donné ». Les propriétés structurales de l'anneau ont une influence sur la technologie.
$R1(Q1)=r(A1)$ $non(A2)$	D n'est pas principal (sans preuve)	Guillaume	Le rapport personnel de Guillaume à l'assertion $A2$ engendre $R1(Q1)$
$A2^\diamond$	J'ai lu plusieurs fois qu'il est principal	Toto	Présence implicite de l'institution
$R2(Q1)=r(A2)$	Indirect, via principal \Rightarrow noethérien	Fred	Influence de $R1(Q1)$? Indicateur d'une dialectique individuel/collectif ? [une réponse individuelle partielle influence une autre réponse individuelle]