ARDM

Présentation du thème : enseignement et apprentissage de l'analyse mathématique

Ce thème est omniprésent dans l'enseignement dans de nombreux pays pour les élèves à partir de 15 ans, et jusqu'au niveau de l'université**.** L'importance de présenter les travaux didactiques sur l'analyse est donc certaine, ainsi d'ailleurs que les évolutions de son enseignement, parfois très grandes (par exemple en France, entre les programmes de 2002 et les tous derniers). A la 18e école d'été, on s'intéressera donc aux récents développements de ce thème qui n'a plus été abordé depuis longtemps dans les écoles d'été.

La présentation du thème peut se faire à partir de plusieurs entrées : l'apport de la didactique comme porteuse d'explication et d'interprétation de phénomènes liés à l'enseignement de l'analyse, l'épistémologie de l'analyse, la problématique de l'enseignement de l'analyse dans différentes institutions. Cette présentation peut être réalisée par différents questionnements :

(1) Qu'est-ce qui caractérise épistémologiquement l'analyse mathématique, par rapport aux pratiques de la géométrie et de l'algèbre de ces niveaux d'enseignement ? On peut citer pêle-mêle : le raisonnement « à e près », l'usage intensif des majorations et minorations, le rôle décisif de la recherche de conditions seulement suffisantes, le recours à la notion de négligeabilité, l'usage des approximations, en ce qui concerne les pratiques, bien souvent non enseignées explicitement ; les concepts de limite (suites et fonctions), continuité, dérivée et différentielle, intégrale, séries, développements limités…, objets explicitement à enseigner d'après les programmes. Quelles sont les natures épistémologiques de ces notions, selon les choix d'enseignement (« formalisatrices, unificatrices, généralisatrices », ou bien « réponses à un problème », ou « extensions de notions », ou…) ?

(2) Existe-t-il au niveau secondaire plus un « calculus » centré sur les fonctions et leurs usages assez « mécaniques » et négligeant le point de vue d'analyse locale ? Quelles pratiques de travail mathématique cela génère-t-il, par rapport à l'analyse mathématique ? Quels sont les problèmes de rupture entre calculus et analyse mathématique ? Quelles sont les éléments communs et les ruptures dans la transition secondaire-supérieur ?

(3) Relativement à la question précédente, quelles sont les demandes et les buts des diverses institutions d'enseignement et de formation, du secondaire et du supérieur, des universités et des écoles professionnelles ?

(4) Quels rapports entre compréhension des nombres réels et analyse mathématique ? Quel travail sur le discret et le continu, sur l'idée d'approximation ? Cette approche peut-elle constituer une entrée dans l'analyse mathématique, par exemple au supérieur ? Avant ?

(5) Ou bien l'approche privilégiée de l'analyse peut-elle se faire (se fait-elle) *via* la notion de fonction ? Dans ce cas, l'introduction aux fonctions ne demande-t-elle pas une pratique des grandeurs et de la covariation de grandeurs susceptible de déboucher sur les notions de graphes et de « formules » ? Quels rapports avec des activités de modélisation en classe ?

(6) On peut préciser la dernière question en évoquant les rapports entre analyse mathématique et autres sciences, en particulier la physique dont elle peut sembler constitutive…

(7) Les moyens modernes de calculs et de tracés de courbes peuvent-ils favoriser certaines approches de l'analyse ou au contraire, favoriser l'enseignement d'analyse par ostension ou même être obstacle dans son apprentissage ? Ne présupposent-elles pas certaines compréhensions telles que les associations fonction-graphe et/ou fonction-formule ? A partir de quel niveau peut-on les utiliser avec profit et dans quelles conditions ?

(8) Quels moyens d'analyse didactique peut-on mettre en œuvre pour étudier toutes ces questions ? L'analyse des organisations mathématiques des programmes et des manuels ? La mise au jour des manières de fréquenter le travail mathématique dans lesquelles on place les élèves et étudiants (un « espace de travail ») ? L'analyse des transpositions à l'œuvre dans différentes institutions ? De quelles ingénieries didactiques dispose-t-on pour étudier l'une ou l'autre de ces questions ? Existe-t-il des situations adidactiques « sur le marché » ?

Sur toutes ces questions, les différents cours et TD présenteront des croisements différents selon les moyens d'analyse utilisés, les niveaux d'enseignement étudiés, les analyses épistémologiques retenues, les choix didactiques à l'œuvre dans les travaux de recherche présentés et synthétisés.

Références Thème « Analyse »

Barquero, B., Bosch, M. & Gascón, J. (2013). The ecological dimension in the teaching of mathematical modelling at university, *Recherches en Didactique des Mathématiques, 33*(3), 307-338.

Bloch I. (2012) Rôle et statut des savoirs dans la pratique mathématique : l'exemple d'un basculement épistémologique dans l'enseignement de l'analyse. In Dorier, J.-L., Coutat, S. (Éd.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21 e siècle - Actes du colloque EMF2012* (p. 1400-1412). Suisse.

Bloch I., Ghedamsi I. (2005) Comment le cursus secondaire prépare-t-il les élèves aux études universitaires ? Le cas de l'enseignement de l'analyse en Tunisie, *Petit x 69*, 7-30.

Fonseca, C., Lucas, C. & Gascón, J. (2014). Desarrollo de un modelo epistemológico de referencia en torno a la modelización funcional,*Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME),* (en prensa).

García, F. J., Gascón, J., Ruiz-Higueras, L. & Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics,*ZDM The International Journal on Mathematics Education, 38*(3), 226-246.

González-MartínA., Bloch I., Durand-Guerrier V., Maschietto M. (2014) Didactic Situations and Didactical Engineering in University mathematics: cases from the study of Calculus and proof. *Research in Mathematics Education 16*(2) 117-134.

Job, P. (2011). *Etude du rapport à la notion de définition comme obstacle à l'acquisition du caractère lakatosien de la notion de limite par la méthodologie des situations fondamentales/adidactiques*. Thèse, Université de Liège.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives 16*, 9-24. (http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/annales_de_didactique_et_de_sciences_cognitives/volume_16/Kuzniak.pdf)

Páez Murillo, R. E. & Vivier, L. (2013). Evolution of teachers' conceptions of tangent line, *Journal of Mathematical Behavior 32*, 209– 229.

Schneider, M. (1991). Un obstacle épistémologique soulevé par des "découpages infinis" des surfaces et des solides. Recherches en Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des mathématiques, 11*(2.3), 241-294

Schneider, M. (2001). Praxéologies didactiques et praxéologies mathématiques. A propos d'un enseignement des limites au secondaire. *Recherches en Didactique des mathématiques, 21*(1.2), 7-56.

Vandebrouck, F. (2011). Points de vue et domaines de travail pour l'étude des fonctions, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de Strasbourg 16*, 149-185.