



Cours 2 : Le travail mathématique en analyse de la fin du secondaire au début du supérieur : identification et construction¹

Alain Kuzniak (Université Paris Diderot, kuzniak@math.univ-paris-diderot.fr),
Elizabeth Montoya (Pontificia Universidad Católica de Valparaíso),
Fabrice Vandebrouck (Université Paris Diderot), Laurent Vivier (Université Paris Diderot)

Dans ce cours, nous identifierons la nature du travail mathématique développé dans l'enseignement secondaire et au début du supérieur autour de l'analyse mathématique. Cette présentation sera principalement basée sur le modèle théorique des Espaces de Travail Mathématique (ETM) qui permet d'éclairer la circulation du savoir mis en œuvre dans des tâches de résolution de problèmes mathématiques et ceci tant au niveau épistémologique qu'au niveau cognitif.

Après une présentation de la méthodologie utilisée, nous préciserons les différents paradigmes de l'analyse qui structurent d'un point de vue épistémologique les ETM relatifs à l'analyse (paradigmes arithmético-géométrique, calculatoire et infinitésimal). Les différents points de vue caractéristiques du travail mathématique en analyse (local-global-ponctuel, discret-continu, niveaux d'approximation) nous permettront de décrire les articulations et jeux possibles entre les entrées sémiotiques, instrumentales et discursives autour de la preuve dans le cadre d'activités proposées aux élèves et étudiants. Tous ces points seront illustrés sur l'étude de thèmes particuliers comme le théorème des valeurs intermédiaires, la méthode d'Euler, le théorème fondamental de l'analyse... De manière complémentaire l'étude détaillée d'une activité sur l'introduction de la dérivée en classe de première, permettra de développer la question de la construction des ETM idoines relatifs au travail mathématique en analyse. Enfin, la mise en perspective de l'enseignement des fonctions exponentielles et logarithmes au Chili et en France, montrera l'intérêt du modèle des ETM dans le cas de la comparaison d'approches très différentes de l'enseignement de l'analyse.

Bibliographie

Bergé, A. (2008). The completeness property of the set of real numbers in the transition from calculus to analysis, *Educational Studies in Mathematics*, 67, 217–235.

Bressoud, D., Marrongelle, K. & Graham, K. (To be published). Chapter on Calculus. NCTM's *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (New edition).

¹

Ce travail est soutenu par le projet ECOS-Sud C13H03.



Castela, C, Consigliere, L., Guzman, I., Houdement, C., Kuzniak, A. & Rauscher, J.-C. (2006). *Paradigmes géométriques et géométrie enseignée au Chili et en France*, Cahier de DIDIREM, numéro spécial 6, IREM de Paris.

Ferrari Escolá M & Farfan R. M. (2008). Un estudio socioepistemológico de lo logaritmo : la construcción de una red de modelos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(3): 309 - 354

Kuzniak, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9-24.

http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/Annales_de_didactique_et_de_sciences_cognitives/volume_16/Kuzniak.pdf

Kuzniak, A & Richard, P. (2014). Espaces de Travail Mathématique. Points de vue et perspectives. *Relime*. Vol 17.

Groupe AHA (1999). *Vers l'infini pas à pas, Approche Heuristique de l'Analyse*, De Boeck Wesmael, Bruxelles.

Páez Murillo, R. E. & Vivier, L. (2013). Evolution of teachers' conceptions of tangent line, *Journal of Mathematical Behavior*, 32, 209– 229.

Stölting, P. (2008). *La pensée fonctionnelle des élèves de 10 à 16 ans - analyses comparatives et études empiriques de son enseignement en France et en Allemagne*. Thèse Université Paris Diderot.

Vandebrouck, F. (2011) Points de vue et domaines de travail pour l'étude des fonctions, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de Strasbourg*, Vol 16, pp 149-185.

Vandebrouck F. (2011). *Des technologies pour l'enseignement et l'apprentissage des fonctions du lycée à l'université : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris Diderot.