



TD 4 associé au cours 4

Modélisation fonctionnelle et complétude des praxéologies mathématiques

Josep Gascón, (Departamento de Matemáticas en la Universitat Autònoma de Barcelona)

Catarina Lucas (Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Vigo)

Pedro Nicolás (Facultad de Educación, Universidad de Murcia)

Alicia Ruiz-Olarría (Universidad Autónoma de Madrid, España)

Tomás Ángel Sierra (Universidad Complutense de Madrid, España).

Résumé du TD

A l'origine de ce TD, on trouve un phénomène didactique-mathématique complexe et très général : la désarticulation, l'incomplétude et la rigidité des praxéologies mathématiques scolaires dans l'enseignement secondaire et la perte des raisons d'être des mathématiques enseignés qui en résulte (Bosch, Fonseca y Gascón, 2004; Lucas, 2010). Ce phénomène affecte, ainsi que d'autres contraintes écologiques, à la vie scolaire de la modélisation mathématique (Barquero, 2009) et, en particulier, entrave considérablement le développement de la modélisation fonctionnelle dans le sens que Ruiz-Munzón (2010) donne à cette expression.

Nous considérons le domaine de l'activité mathématique autour de la modélisation fonctionnelle (MF) et sa relation potentielle avec le Calcul Différentiel Élémentaire (CDE), étant entendu que les deux notions, MF et CDE, devraient être *redéfinies et explicitement décrites*.

Nous commençons avec la *conjecture de Ruiz-Munzón*:

[...] la modélisation fonctionnelle devrait constituer la raison d'être du Calcul Différentiel au niveau du Bachillerato et des premiers cours universitaires. Mais nous devons constater qu'une étude plus approfondie est nécessaire pour vérifier ce postulat. Il faudra, en particulier, développer le MER pour la modélisation algébrique-fonctionnelle de sorte que l'activité mathématique élémentaire autour du Calcul Différentiel et Intégral soit envisagée. (Ruiz Munzón, 2010, p. 379, volume 1)

L'objectif de ce cours est d'approfondir l'étude de cette conjecture avec un travail de collaboration entre des collègues participant aux ateliers. Nous examinerons dans chaque session une série de questions dont l'étude impliquera une activité pratique.

En ce qui concerne les institutions, nous considérons la dernière année du Secondaire et, plus spécifiquement, la spécialité dédiée aux sciences biomédicales ou aux sciences sociales (nous pourrions néanmoins envisager également la spécialité scientifique ou technologique). Avant de proposer et discuter une éventuelle raison d'être alternative du CDE (dans le cadre d'une MF



correctement redéfinie), nous étudierons comment le CDE et la MF sont actuellement interprétés et quels sont les liens qui les unissent dans la pratique scolaire des mathématiques.

Plus spécifiquement, lors de la première séance nous proposerons une analyse empirique du module d'Analyse Mathématique, tel qu'il figure dans les manuels scolaires et dans le programme officiel de Terminale, afin de répondre aux questions suivantes:

Q₁: Quelle est la raison d'être officielle du CDE dans la dernière année de l'Éducation Secondaire ? En d'autres termes, quels types de tâches utilisent les techniques et le discours technologique-théorique du CDE ?

Q₂: Quelle est l'interprétation scolaire de la MF ? En d'autres termes, quels genres d'activités sont présentes et dans quelles étapes de la MF sont-elles situées ? Quel est le rôle du CDE dans chaque étape ?

On peut supposer que les réponses faites par les participants permettront de constater que : (1) la raison d'être officielle du CDE est formée par un certain nombre de types de tâches sans articulation claire, (2) certaines d'entre elles peuvent être réinterprétées comme des composants potentiels de processus de MF absents dans le curriculum, (3) la pratique autour de la MF se concentre principalement sur la troisième étape¹, à savoir, le stade qui concerne le travail technique au sein du modèle et l'interprétation de ce résultat en termes du système, et (4) cette pauvreté de la MF scolaire est compatible avec une faible relation entre le CDE et la MF. En bref, nous pouvons parler d'un phénomène didactique qui se manifeste dans la « pauvreté » des activités scolaires autour la MF et le manque correspondant de visibilité d'une possible raison d'être du CDE dans le passage de l'enseignement secondaire à l'enseignement universitaire.

Lors de deuxième séance et en réponse aux problèmes causés par le phénomène décrit, nous étudierons la proposition de la TAD : redéfinir la MF avec un nouveau MER et assigner au CDE une raison d'être alternative dans le cadre de cette MF. À cette fin, nous proposons d'analyser le *Diagramme d'Activité* sur lequel repose le MER.

Avec le but d'étudier la structure et la dynamique du Diagramme d'Activité, l'ensemble des processus de MF qu'il couvre et comment ces processus sont liés, nous commencerons par analyser le développement d'un processus de MF qui apparaît pour répondre à la question génératrice suivante :

Comment prédire l'évolution des effets génétiques de l'accident de Tchernobyl dans les générations futures ?

Il s'agit d'un processus de MF couvrant les quatre étapes de la modélisation mathématique et, tout au long de son développement, il permet de construire des modèles fonctionnels de différents

¹ Dans le domaine de la TAD, tout processus de modélisation peut être exprimé en quatre étapes (qui ne se succèdent pas nécessairement dans l'ordre défini par l'énumération suivante): (1) Délimitation du système à modéliser. (2) Construction du modèle mathématique. (3) Travail technique dans le modèle et interprétation de ce travail en termes du système. (4) Examen de nouvelles questions et nécessité d'examiner de nouvelles variables, hypothèses et processus de modélisation.



types, discrets et continus, et d'étudier les relations entre eux. Placer ce processus particulier de MF sur la carte générale des processus possibles représentés par le Diagramme d'Activités permettra d'avoir un aperçu de ce diagramme et, en particulier, de ses lacunes éventuelles et des extensions et modifications qu'on pourrait lui apporter.

Enfin, la troisième séance portera sur la réalisation d'une analyse didactique de l'expérience que nous avons faite au Portugal dans le domaine des études universitaires en Médecine Nucléaire. Plus précisément, nous proposons faire une analyse écologique *a posteriori* de la mise en œuvre d'un Parcours d'Étude et de Recherche (PER) avec une conception didactique basée sur le parcours mathématique *a priori* analysé durant la deuxième séance. À la suite de cette analyse, les participants devront répondre conjointement aux questions suivantes:

Q₃ : Le PER, qui a été conçu et mis en place, a-t-il permis le développement scolaire de la MF dans le sens qui est défini par le MER ? Est-il compatible avec le programme officiel ? Quel est le rôle joué par le CDE dans le PER ? Comment pourriez-vous décrire la raison d'être alternative attribuée au CDE dans le cadre du nouveau MER ?

Q₄ : Quelles sont les conditions et, en particulier, quelles contraintes ont entravé la gestion de ce PER ? Quel rôle ont joué les TIC dans la conception et la mise en œuvre de ce PER ?

En bref, ce cours, avec le TD associé, fournit quelques éléments empiriques et théoriques de justification pour soutenir la conjecture de Ruiz-Munzón tout en permettant de clarifier sa signification.

Références bibliographiques

- Barquero, B. (2009). *Ecología de la Modelización Matemática en la enseñanza universitaria de las Matemáticas* (Tesis Doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona). Obtenido de <http://www.tdx.cat/handle/10803/3110>
- Bosch, M., Fonseca, C. y Gascón, J., (2004). Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 24 (2-3), 205-250.
- Lucas, C. (2010). *Organizaciones matemáticas locales relativamente completas* (Memoria de investigación, Universidad de Vigo). Obtenido de <http://www.atd-tad.org/documentos/organizaciones-matematicas-locales-relativamente-completas/>
- Ruiz-Munzón, N. (2010). *La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional*, Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona, Departamento de Matemáticas.