Une possible raison d'être du calcul différentiel élémentaire dans le domaine de la modélisation fonctionnelle

Josep Gascón
Universitat Autònoma de Barcelona
www.atd-tad.org

Origine du cours

- Ce cours est basé sur le travail de thèse de **Catarina Lucas** dirigée par C. Fonseca et J. Gascón, développée dans le cadre de la **TAD** et qui sera soutenue en décembre 2015.
- Institutionnellement, il se situe à la transition entre l'enseignement secondaire et le début de l'université.
- Le domaine mathématique initialement abordé est le **calcul différentiel élémentaire** (**CDE**), en entendant par là les contenus qui sont **communs** à la dernière année du Secondaire (*Terminale* en France) et les premières années de certaines licences.

Sommaire

- Un fois situé le **problème didactique du CDE** dans un grand type de problèmes de recherche, j'aborderai trois questions :

1. Quelle est la **raison d'être officielle du CDE** au Lycée et quels rôles jouent les activités scolaires liées aux **modèles fonctionnels**?
2. Comment construire un **modèle épistémologique de référence (MER)** qui situe la raison d'être du **CDE** dans le domaine de la **modélisation fonctionnelle** (**MF**) et permettre de dépasser les **limitations** de l'organisation didactique scolaire autour du **CDE** ?
3. Comment organiser un cours de calcul différentiel (en Médecine nucléaire) à partir de **parcours d'étude et de recherche** (**PER**) basés sur ce **MER** ?

Le problème didactique du CDE fait partie d'un grand type de problèmes

- La formulation d'un **problème didactique** suppose toujours une interprétation (plus ou moins explicite), c'est-à-dire un **modèle épistémologique,** qui peut être très imprécis, du domaine mathématique en jeu.
- Dans la **TAD** nous postulons que rendre explicite ce modèle, que nous nommons **modèle épistémologique de référence** (**MER**), est nécessaire pour pouvoir formuler les problèmes didactiques avec précision et pour **analyser et interpréter la raison d'être officielle** du domaine mathématique en question.

Construction du MER et formulation du problème didactique

- Le besoin de rendre le **MER** explicite ne signifie pas que le didacticien doive le construire *avant* de formuler le problème didactique. Le **MER** constitue déjà, de fait, une réponse à la **dimension épistémologique** du problème.
- Mais il n'est pas possible de **formuler le problème** avec précision sans disposer d'une **ébauche** d'un modèle épistémologique du domaine mathématique en jeu.

Donc, dans la pratique effective de la recherche en didactique, la **construction du MER** et la progressive **formulation du problème** de recherche, ainsi que la description du **ME dominant** dans l'institution, avancent de forme simultanée, en parallèle.

Fonctions d'un MER

- La fonction d'un **MER** n'est pas uniquement de « redéfinir un domaine mathématique » et de décrire le **ME** dominant. Un **MER** est une **hypothèse scientifique** (une **conjecture**) et, en tant que telle, représente une **tentative de réponse** à une question sur la structure et la dynamique du domaine et sur ses rapports avec les autres domaines.

Dans le cas du problème didactique du **CDE**, comme en beaucoup d'autres, le **MER** redéfinit le domaine mathématique en jeu pour rendre possible le fait de **dépasser les limitations dont souffrent les processus d'étude basés sur le ME dominant dans l'institution.**

Raison d'être officielle et raisons d'être alternatives

- Il est donc crucial de distinguer, dans notre cas, le **modèle épistémologique du CDE dominant** dans l'institution, du **MER** alternatif construit pour répondre au problème didactique du **CDE**.
  - Le ME dominant assigne au **CDE** sa **raison d'être « officielle »,** c'est-à-dire les questions effectivement posées à l'école pour y répondre grâce aux éléments du **CDE.**
  - Par contre**,** un **MER construit par la didactique** assigne au **CDE** une **raison d'être alternative** à l'officielle, en transformant ses rapports avec le reste des domaines mathématiques scolaires.

Le MER comme instrument d'émancipation

- En conséquence, devant un problème didactique lié à un certain domaine mathématique, le didacticien doit prendre comme **objet d'étude** le **modèle épistémologique dominant dans l'institution** (au lieu de l'assumer de manière non critique).

Voilà en quoi consiste **l'émancipation épistémologique** du didacticien et de la science didactique. Et le **modèle épistémologique de référence** qui se construit en chaque cas apparaît comme le principal instrument de cette émancipation.

- En résumé, nous pouvons affirmer que le problème didactique du **CDE** fait partie d'un grand type de problèmes dont l'étude demande de :

(a) **Questionner** le domaine mathématique qui apparaît dans la formulation initiale du problème et **redéfinir** ce domaine à partir d'un **MER** alternatif au **modèle épistémologique dominant** dans l'institution scolaire.

(b) Situer la **raison d'être** de ce domaine dans un **domaine plus large** capable de soutenir des processus d'étude qui dépassent les limites dont souffre les mathématiques scolaires.

- Parmi les problèmes didactiques de ce type que nous avons étudiés, nous pouvons citer les suivants :

❖ Pilar Bolea (2002) et Noemí Ruiz-Munzón (2010), pour dépasser les limitations de l'algèbre comme **arithmétique généralisée,** ont situé la raison d'être de **l'algèbre élémentaire** dans le domaine de la **modélisation fonctionnelle**.

❖ Francisco Javier García (2005), pour dépasser l'isolement de la **proportionnalité** a situé sa raison d'être dans l'ensemble des **relations fonctionnelles** élémentaires.

❖ Tomás Ángel Sierra (2006), pour articuler la désignation des nombres entiers naturels avec l'économie et la fiabilité des algorithmes de calcul, a situé la raison d'être des **systèmes de numération** dans le domaine du **calcul arithmétique**.

❖ Eva Cid et al. (2011), pour dépasser les contradictions de tous types créées par les modèles réalistes des **nombres négatifs** ont situé leur raison d'être dans le domaine de **l'algèbre élémentaire**.

❖ Rosa Mabel Licera et al. (2011), pour dépasser le phénomène de l'occultation scolaire des **nombres réels** ont situé leur raison d'être dans le domaine des **grandeurs continues**.

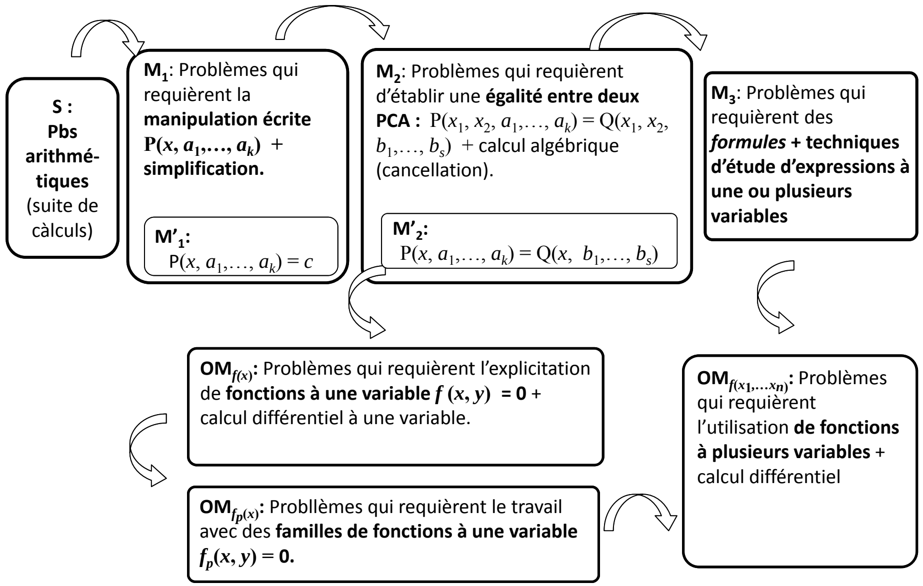
❖ Et, en rapport directe avec le **problème didactique du CDE,** Noemí Ruiz-Munzón (2010) a **conjecturé** que la raison d'être du **CDE** pourrait se situer dans le domaine de la **modélisation fonctionnelle** (**MF**).

Conjecture de Ruiz-Munzón

«[…] la modélisation fonctionnelle, telle qu'elle est caractérisée dans ce travail, devrait constituer la raison d'être du calcul différentiel du lycée et des premières années universitaires. Mais nous devons reconnaître qu'il faut une étude plus détaillée pour contraster empiriquement ce postulat, ce qui requiert, en particulier, de développer le MER proposé pour la modélisation algébrico-fonctionnelle de façon à y intégrer l'activité mathématique élémentaire autour du calcul différentiel et intégral. »

Ruiz-Munzón (2010), p. 379, vol. 1

MER sur la modélisation algébrico-fonctionnelle



1. La modélisation fonctionnelle (MF) au Secondaire et la raison d'être officielle du CDE

- Pour décrire et interpréter le modèle épistémologique **dominant** autour du **CDE** et la **MF,** nous utiliserons implicitement les critères que nous fournit le **MER** dont la construction est **simultanée** à cette interprétation.
- Nous poserons deux questions $\mathbf{Q_1}$ et $\mathbf{Q_2}$ ainsi qu'un ensemble de questions dérivées $\mathbf{Q_{1i}}$ et $\mathbf{Q_{2j}}$ au système scolaire.
- Les réponses $\mathbf{R_{1i}}$ et $\mathbf{R_{2j}}$ qu'apportent les manuels français de ***Première*** et ***Terminale*** (ainsi que les programmes officiels) nous fournirons des éléments pour interpréter le modèle épistémologique scolaire dominant autour de la **MF** et le **CDE**.

Josep Gascón UAB gascon@mat.uab.cat

Raison d'être officielle du CDE et son rapport avec la MF

$\mathbf{Q_1}$**:** Quelle est la **raison d'être officielle du CDE** au lycée? En d'autres termes, quels types de tâches scolaires peut-on considérer comme des parties d'un processus de **MF** et dans quelles étapes de la **MF** se situent-elles?

$\mathbf{Q_2}$**:** Comment s'interprète la **MF** au lycée et quel rôle joue le **CDE** dans cette interprétation? Quelles tâches mathématiques scolaires peut-on considérer comme faisant partie d'un processus de **MF** et dans quelles étapes de la **MF** se situent-elles?

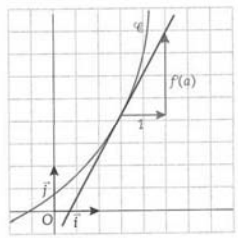
- A titre d'exemple nous montrerons les réponses à certaines des questions dérivées de $\mathbf{Q_1}$ et $\mathbf{Q_2}$.

$\mathbf{Q_{14}}$**:** Dans quelles tâches apparaît le besoin de calculer la **dérivée d'une fonction en un point**? Quelles est la **raison d'être officielle** de la notion de « dérivée d'une fonction en un point »?

Cours

f est définie sur un intervalle I, $\mathscr{C}$ est sa représentation graphique.
A est un point de $\mathscr{C}$ d'abscisse a, $a \in I$. Lorsqu'un point M de $\mathscr{C}$ se rapproche de A, la droite (AM) tend vers une position limite. Cette droite s'appelle la tangente en A à $\mathscr{C}$.

- On appelle **nombre dérivé** en a de la fonction f, la limite, si elle existe, de $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand h se rapproche de plus en plus de O.
- Le **coefficient directeur** de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a est $f'(a)$.



La direction de la tangente est donnée par le vecteur de coordonnées $(1\,;f'(a))$.

BON À SAVOIR
L'équation de la tangente est alors $y = f'(a)(x-a)+f(a)$
➜ Voir problèmes 53 et 57

R_{14}: La dérivée d'une fonction en un point s'interprète comme la limite du quotient des variations et, géométriquement, comme la pente de la tangente.

- Nous proposons d'interpréter les dérivées successives au sens de Lagrange, c'est-à-dire comme les coefficients d'un modèle fonctionnel approché d'un système donné:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{1}{2!}f''(a)(x-a)^2 + \ \dots$$

- Nous postulons qu'une possible **raison d'être** de la notion de dérivée (dans le passage du Lycée à l'Université) sont les questions relatives à l'étude de l'**évolution des processus** de variation.

Josep Gascón UAB gascon@mat.uab.cat

Q_{16}: Quelle est la raison d'être officielle au Secondaire de la notion de **primitive d'une fonction et du calcul de primitives**?

Cours

Le plan est muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Soit a et b des nombres réels tels que $a \leqslant b$. On considère une fonction f continue sur $[a;b]$. On définit l'**intégrale de f de a à b** par : $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f sur $[a;b]$.

Pour une fonction f continue et négative sur $[a;b]$, $\int_a^b f(x)\,dx$ est l'opposé de l'aire (en unités d'aire) de la partie du plan comprise entre la courbe de f, l'axe des abscisses, et les droites d'équations respectives $x=a$ et $x=b$.

R_{16}: Le calcul de primitives s'utilise pour calculer l'intégrale définie d'une fonction. Elle ne s'utilise jamais pour construire un modèle fonctionnel à un paramètre.

Q_{17}: Quelles tâches scolaires ont besoin de l'**intégrale définie** pour être réalisées?

L'**intégrale de a à b de la fonction f** est l'aire (en unités d'aire du repère) de la partie du plan délimitée par la courbe représentative de la fonction f, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x=a$, la droite d'équation $x=b$.

Cette aire est notée : $\int_a^b f(x)\,dx$.

On admet la propriété suivante.

Quelle que soit la primitive F de f sur $[a;b]$, $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

R_{17}: Les intégrales définies s'utilisent pour calculer les aires de régions planes, des volumes et des longueurs de courbes. L'inconnue est une quantité numérique. Les **fonctions longueur, aire, et volume** ne sont pas utilisées comme des modèles.

Q_{21}: Les **modèles fonctionnels** qui apparaissent sont-ils donnés d'emblée ou propose-t-on aux élèves de les élaborer comme partie du problème?

122 **** Radioactivité du Césium 137**

Les éléments radioactifs sont instables. Ils se transforment au cours du temps. On appelle $N(t)$, le nombre d'éléments radioactifs dans un échantillon.

La formule qui décrit l'évolution de ce nombre en fonction du temps est : $N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$ où T est la période caractéristique du composant radioactif, N_0 est le nombre de noyaux exprimé en moles, t est le temps exprimé dans la même unité que la période.

Pour le césium 137, la période est de 30 ans.

R_{21}: Les modèles sont toujours donnés d'emblée. **L'élève n'a pas la responsabilité de choisir les variables ni de formuler des hypothèses** sur les rapports entre elles (elles restent implicites).

Q_{22}: Comment utilise-t-on l'intégrale définie par rapport aux modèles fonctionnels? Est-ce qu'on travaille avec des modèles en termes d'**équations différentielles** simples?

36 TP2 T STI2D T STL/SPCL **Vérifier que la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est une primitive de la fonction f**

Soit f une fonction continue sur un intervalle I, et a un nombre réel appartenant à I. On définit sur I la fonction F par $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$.

R_{22}: On n'utilise jamais la fonction $F(x)$ comme modèle fonctionnel qui, selon le sens de la fonction f pourrait modéliser différent types de systèmes.

Exceptionnellement, on peut trouver quelques modèles, toujours préalablement construits, en termes d'équations différentielles élémentaires qui se résolvent par le calcul d'une primitive.

Q_{25}: Comment apparaissent les processus de **MF**? Quelles questions provoquent le besoin de la **MF** et quel type d'activité mathématique engendrent-elles?

La température f en degrés Celsius (°C) du lubrifiant d'un moteur varie en fonction du temps t de fonctionnement exprimé en heures. La fonction f est définie pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0;+\infty[$ par $f(t) = 30 - 10e^{-0,1t}$.

1. Déterminer la température du lubrifiant :

a) à l'arrêt ;

b) au bout de vingt-quatre heures.

2. On s'intéresse au comportement de la fonction f en $+\infty$.

a) Déterminer $\lim_{t \to +\infty} f(t)$.

b) Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

c) Donner une signification concrète de ce résultat pour le lubrifiant.

3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

a) Calculer $f'(t)$ pour tout nombre réel t appartenant à l'intervalle $[0;+\infty[$.

En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

b) Construire la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$ dans un repère bien choisi.

c) À quel instant la température du lubrifiant est-elle de 28 °C ? Donner une valeur approchée à l'heure près.

R_{25}: Les processus scolaires de **MF** sont **très guidés.** Ils se structurent en un enchaînement de petites questions qui **limitent l'autonomie de l'élève.** Ce phénomène peut se considérer comme un vestige des tendances « **théoricistes »** propres aux **mathématiques modernes**.

Q_{26}: Dans l'organisation mathématique scolaire du bloc « Analyse », **quel rôle est assigné à la MF**?

Application 1 (VOIR EXERCICE RÉSOLU 7)

Dans un autocuiseur, la pression p est donné en fonction de la température par la relation $p = \left(\frac{t}{100}\right)^4$; t en °C, p en atmosphère. La soupape de sécurité limite la pression à la valeur maximale 1,5 atmosphères.

a) Résoudre dans $]0;+\infty[$ l'équation $x^4 = 1,5$.

b) En déduire la température maximale dans l'autocuiseur.

R_{26}: Les quelques modèles fonctionnels qui apparaissent le sont comme application d'un type de fonctions immédiatement étudiées pour utiliser leurs propriétés et pratiquer les techniques qui s'y rattachent (**applicationnisme**). En aucun cas on ne prétend articuler le domaine de **l'Analyse** autour des processus de **MF**.

Autres réponses aux questions posées au système scolaire

R_{23}: Les modèles fonctionnels qui apparaissent dans les manuels sont donnés à partir de **fonctions isolées** (et pas de **familles de fonctions**).

R_{24}: Les tâches et techniques qui apparaissent dans la pratique scolaire liée à la **MF** se situent presque exclusivement dans le **troisième stade** du processus de modélisation.

R_{27}: Dans les mathématiques scolaires on n'étude pas la relation entre les modèles **discrets** et les modèles **continus**.

R_{28}: On ne travaille pas avec des équations à différences finies, d'où l'impossibilité de montrer **qu'une des possibles raisons d'être de la notion de dérivée est son économie technique.**

R_{29}: On ne construit pas de modèles fonctionnels à partir de données **discrètes brutes** ni à partir de donnés **discrètes variationnelles** obtenues à partir du **Taux Moyen de Variation** ou du **Taux Relatif de Variation** des données brutes.

Raison d'être officielle du CDE et relation avec la MF

- En résumé, les données empiriques montrent que la **raison d'être officielle** des composantes du **CDE** est formée par un **ensemble désarticulé** de questions et de tâches.
- Certains de ces types de tâches peuvent se réinterpréter comme des composantes du **processus de MF potentiels** absentes dans le curriculum.
- Cette absence scolaire de nombre de tâches et techniques qui font partie de l'activité de **MF** (telle qu'elle est conceptualisée dans le **MER**) entraine nécessairement une faible relation entre le **CDE** et la **MF**.

Josep Gascón UAB gascon@mat.uab.cat

En résumé, nous postulons l'existence d'un **phénomène didactique** qui se manifeste dans la « pauvreté » des activités scolaires autour de la **MF** et le **manque de visibilité** d'une possible raison d'être du **CDE** dans la dernière étape de l'enseignement secondaire.

Ce phénomène (qui montre les **limitations de l'OM scolaire**) va s'étendre au début de l'enseignement universitaire dans les études qui conservent les mêmes contenus du **CDE** de la dernière étape de l'enseignement secondaire comme, par exemple, celui de la **Médecine Nucléaire** au Portugal.

2. Ébauche d'un MER qui articule le CDE et la MF à la fin de l'enseignement secondaire

- Pour **dépasser les limitations** dont souffrent les processus d'étude soutenus par le modèle épistémologique scolaire autour du **CDE** et la **MF**, on propose de construire un **MER** alternatif qui vérifie un ensemble de conditions.

Bien sûr, ce que nous considérons comme des « **limitations** » et les critères pour décider quelles **conditions** doit vérifier le **MER** pour les dépasser s'obtiennent en analysant les mathématiques scolaires **du point de vue de la TAD**.

Conditions que doit satisfaire le MER que nous proposons

1. Les processus de **MF** que le **MER** structure vont se développer afin d'apporter une réponse à une **question génératrice Q_0**.

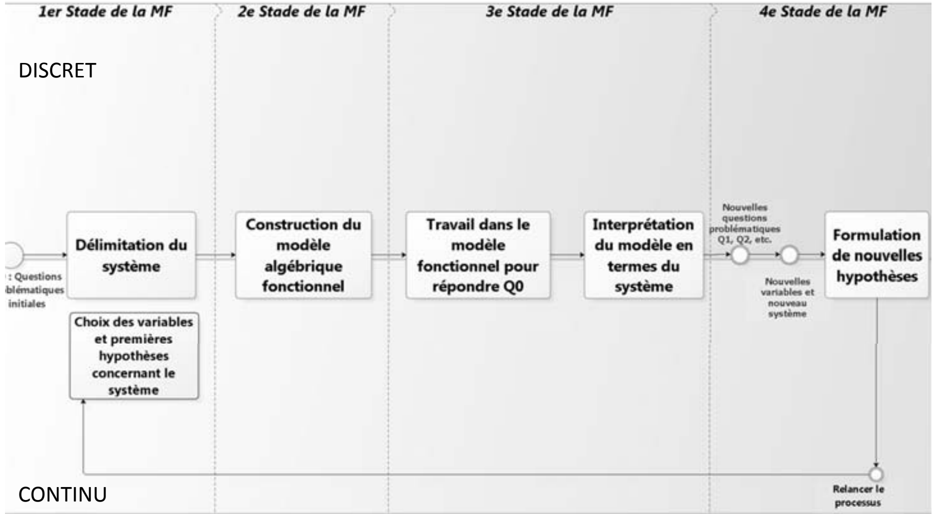
2. Les processus de **MF** vont couvrir les **quatre stades** de tout processus de modélisation mathématique:

- **(S1)** délimitation du système;
- **(S2)** construction du modèle;
- **(S3)** travail du modèle et interprétation des résultats;
- **(S4)** formulation de nouvelles questions problématiques, hypothèses et relance du processus de **MF**.

3. Le **MER** intègre les rapports entre les modèles fonctionnels **discrets** et **continus**.

Josep Gascón UAB gascon@mat.uab.cat

Structure du « diagramme d'activité » de la MF



Conditions que doit satisfaire le MER que nous proposons

4. Dans le cas discret, le **MER** inclut différents types de régressions, que ce soit à partir des **données brutes,** du taux moyen de variation (**TMV**) ou du taux moyen relatif de variation (**TMRV**).

5. Dans certains des processus de **MF**, et selon la nature du système à modéliser, l'approximation par régression sur le **TMV** ou le **TMVR** apporte des modèles fonctionnels mieux ajustés et, surtout, avec plus **grande capacité explicative et même prédictive**.

Josep Gascón UAB gascon@mat.uab.cat

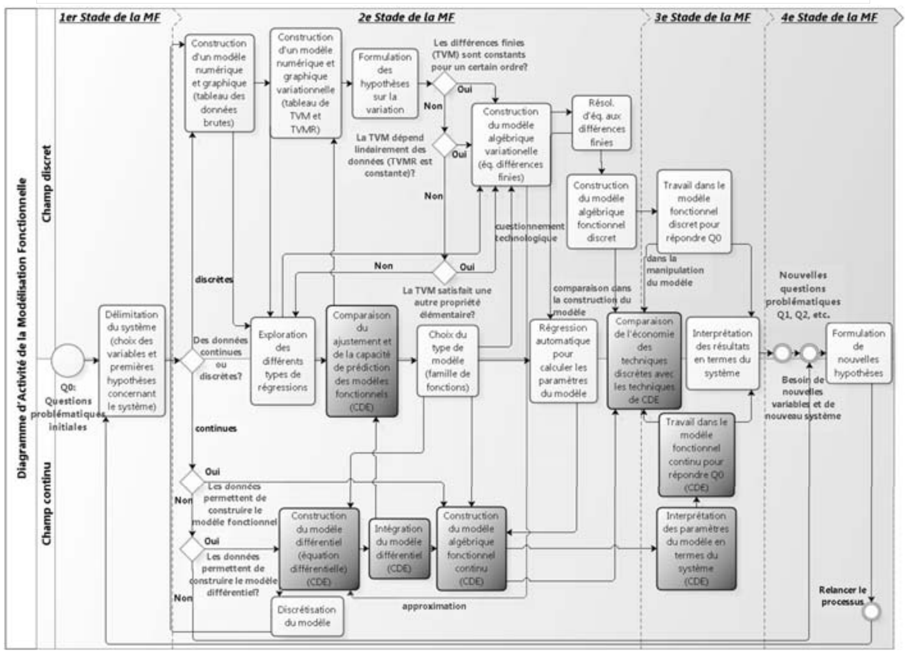
Conditions que doit satisfaire le MER que nous proposons

6. Le **MER** va mettre en relief le rôle du **CDE** comme instrument pour **construire et étudier** des modèles fonctionnels.

7. En particulier, dans les processus de **MF** qui s'appuient sur le **MER,** on interprètera les **paramètres** du modèle en termes du système, en utilisant les techniques du **CDE**.

REDÉFINITION DE LA MF: le **MER** permet d'expliciter les différents processus de **construction, utilisation et comparaison** de modèles fonctionnels, les rapports qui s'établissent entre eux et le rôle que joue le **CDE** dans tous les cas.

Fonctions du CDE dans le MF (diagramme d'activité)



Raison d'être *alternative* du CDE dans le domaine de la MF

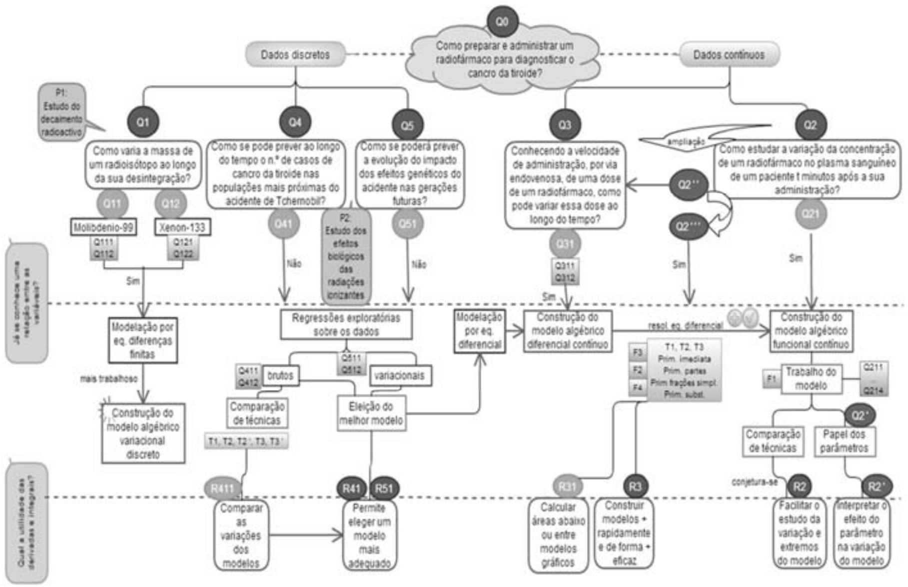
- Donc le **MER** ainsi construit assigne au **CDE** une raison d'être alternative, différente de l'officielle, formée par des **questions problématiques** et par des **tâches** qui surgissent des processus de **MF** et sont une partie essentielle de leur développement.
- Dans ces processus, l'usage des techniques du **CDE** est justifié par son **économie opératoire** dans le travail avec des modèles fonctionnels (par rapport aux techniques algébriques) plus que par d'hypothétiques **besoins conceptuels** liés à la notion de **limite**.

Josep Gascón UAB gascon@mat.uab.cat

3. Un cours de calcul en Médecine Nucléaire soutenu par le MER proposé

- Dans le cas du cours de calcul différentiel réalisé par Catarina Lucas, nous sommes partis d'un ensemble de questions liées à la problématique de la **médecine nucléaire** avec l'objectif de couvrir le programme de l'année.
- L'étude de ces questions a donné lieu à une arborescence de réponses provisoires et de questions dérivées qui forment un « **question-gramme** » que l'on peut considérer comme une **représentation du PER vécu et soutenu par une partie du MER**.

Représentation partielle du PER vécu en forme de Q-R



- L'étude de ces questions a conduit la communauté d'étude à vivre différents processus de **MF** qui trouvent leur place dans le diagramme d'activités.
- La nature de chacun de ces processus de **MF** dépend:

(a) De la questions génératrice $\boldsymbol{Q_i}$

(b) Du fait que les données sont **discrètes** ou **continues**,

(c) Des **rapports** entre ces données.

- Tous ces processus de **MF** peuvent se représenter dans le **Diagramme d'activités**.

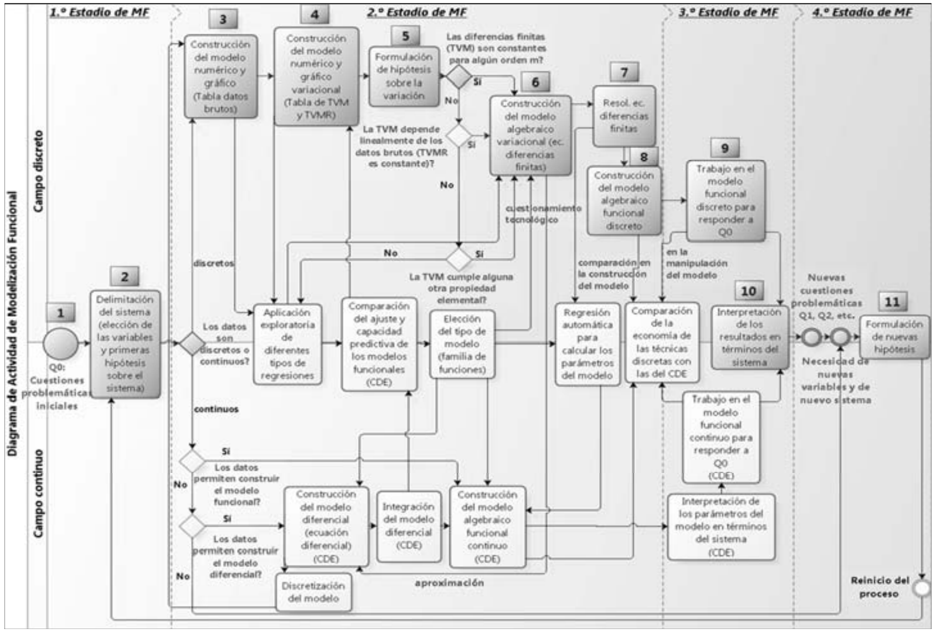
Josep Gascón UAB gascon@mat.uab.cat

- Le premier processus de **MF** a permis de répondre à la question

$\mathbf{Q_1}$: ***Comment varie la masse d'un isotope radioactif au cours de sa désintégration?***

- Dans le cas qui nous occupe, la question s'est posée à partir d'un ensemble de **données discrètes** (bien qu'il s'agisse d'un phénomène continu).
- On suppose que le **TMV dépend linéairement des données brutes**, ce qui permet de construire un modèle exponentiel discret.

$\boldsymbol{Q_1}$: ***Modèle exponentiel discret sans appliquer des contraintes***



- Par contre, pour répondre à la question:

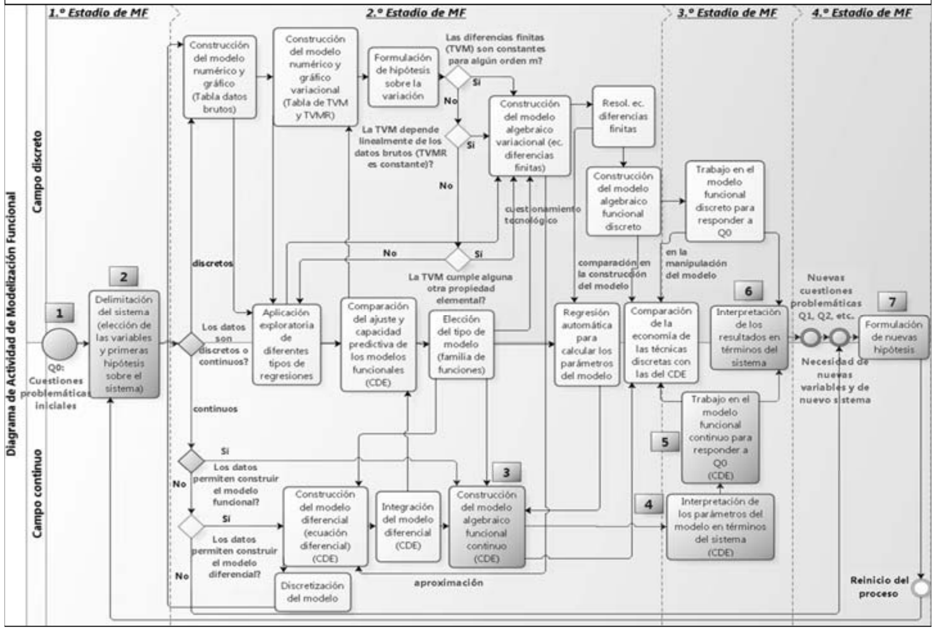
$\boldsymbol{Q_2}$: ***Comment varie la concentration d'un radio-médicament dans le plasma sanguin d'un patient?***

- Un processus de **MF** est conduit dans le **champ continu** où le modèle fonctionnel continu apparaît presque toujoursconsidéré comme **donné**.

Il est important de souligner que les modèles fonctionnels qui apparaissent dans l'enseignement secondaire, voire universitaire, **se limitent généralement à cette structure**.

Josep Gascón UAB gascon@mat.uab.cat

Q_2: *Modèle fonctionnel «exact» à partir de données continues*



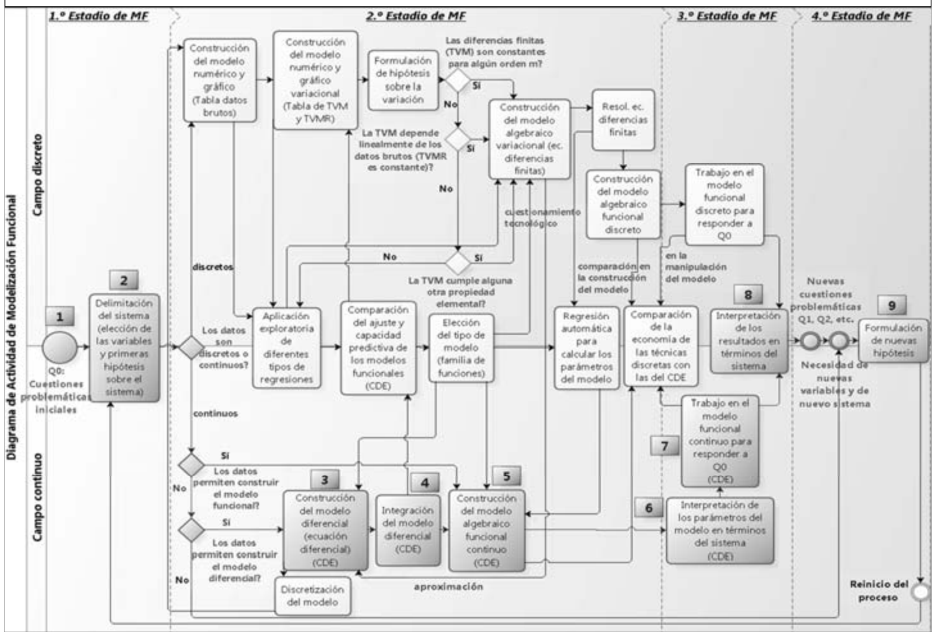
- Pour répondre à la question

Q_3*: *Étant donné la vitesse d'administration d'un radio-médicament par voie intraveineuse, comment décrire la quantité de médicament à chaque instant?

- D'une manière cohérente avec la pratique scientifique habituelle, on construit un modèle fonctionnel continu **par l'intégration d'un modèle différentiel** (exprimé sous forme d'équations différentielles).

Josep Gascón UAB gascon@mat.uab.cat

Q_3: *Modèle fonctionnel «exact» à partir de données différentielles continues*

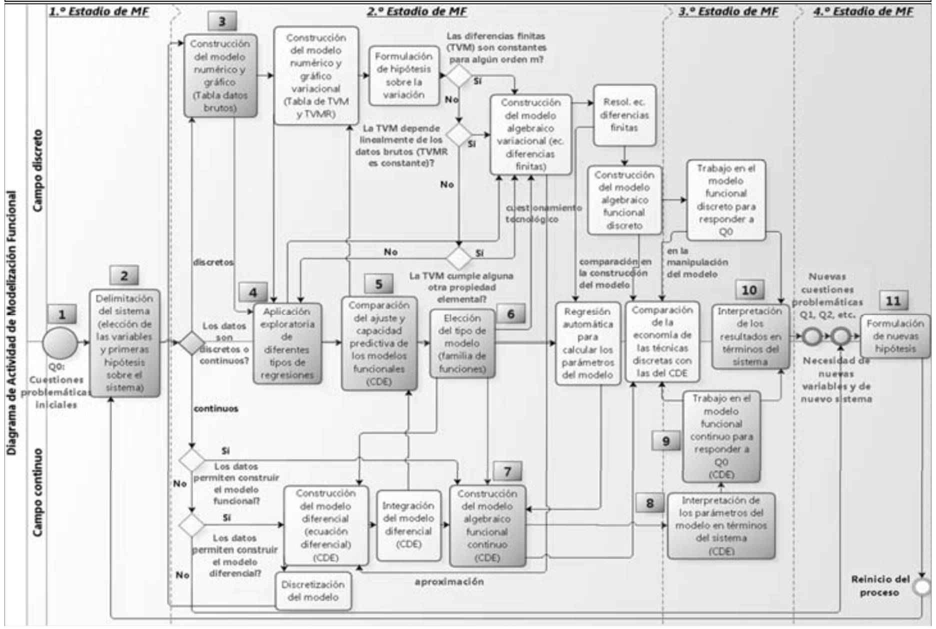


- Pour répondre a la question:

Q_4*: *Comment prévoir au cours du temps le nombre de cas de cancer de la thyroïde dans les populations les plus proches de la centrale ukrainienne de Tchernobyl?

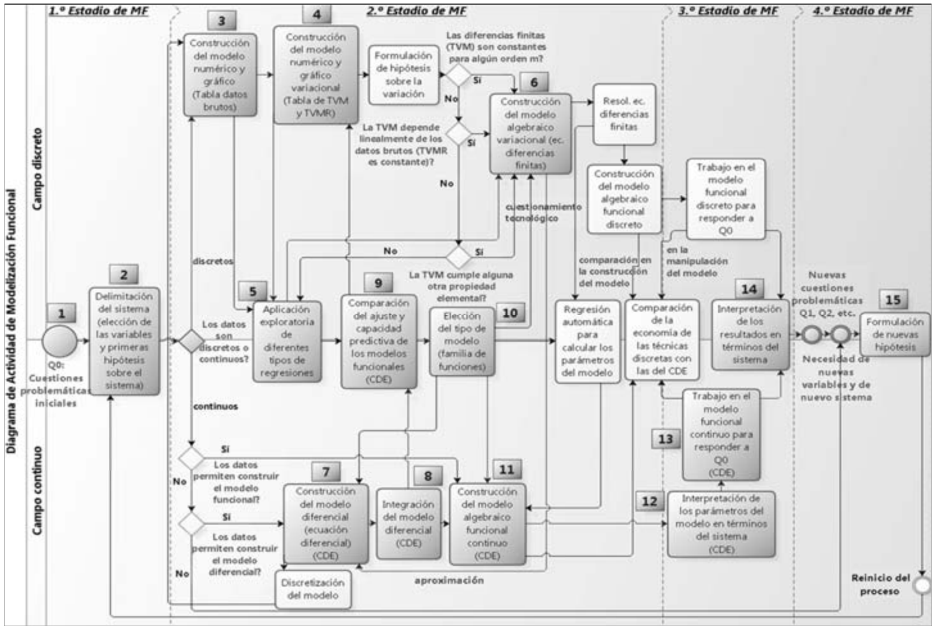
- On part de **données discrètes brutes** auxquelles on applique différentes régressions
- On obtient un modèle fonctionnel continu approché avec une **faible capacité prédictive**.

Q_4: Modèle fonctionnel « approché » à partir de données continues brutes



- Étant donné que les modèles approchés obtenus par le moyen des régressions à partir des **données brutes** n'étaient pas satisfaisants (spécialement par rapport à leur capacité prédictive), on a mis en œuvre un processus de **MF** analogue à partir des **données variationnelles**.
- Le modèle avec une plus grande capacité prédictive sa été obtenu à partir des régressions sur le **TMVR**.

Modèle fonctionnelle « approché » à partir de données discrètes variationnelles



Retour à la conjecture de Ruiz-Munzón

«[…] la modélisation fonctionnelle, telle qu'elle est caractérisée dans ce travail, devrait constituer la raison d'être du calcul différentiel du Lycée et des premières années universitaires. Mais nous devons reconnaître qu'il faut une étude plus détaillée pour contraster empiriquement ce postulat, ce qui requiert, en particulier, de développer le MER proposé pour la modélisation algébrico-fonctionnelle de forme à y intégrer l'activité mathématique élémentaire autour du calcul différentiel et intégral. »

Ruiz-Munzón (2010), p. 379, vol. 1

Première confrontation empirique de la conjecture de Ruiz-Munzón

- L'expérimentation réalisée par Catarina Lucas avec des étudiants de Médecine nucléaire :

(a) Elle est soutenue par le **développement du MER** proposé par Ruiz-Munzón (2010) sur la modélisation algébrico-fonctionnelle.

(b) Elle montre que le **CDE** peut s'intégrer à l'**activité mathématique élémentaire** interprétée comme une activité de modélisation.

En définitive, il s'agit d'une **première confrontation empirique de la conjecture de Ruiz-Munzón** qui met en évidence qu'il est possible de donner du sens au **CDE** dans le domaine de la **MF**.

Merci beaucoup

pour votre attention

Muchas gracias
por vuestra atención

Josep Gascón
www.atd-tad.org